

--	--	--	--	--	--	--

MATEMÁTICA DISCRETA I (B)

Apellidos.....Nombre.....nº mat.....

Ejercicio 1 (15 puntos)

Se lanza un dado 27 veces. Teniendo en cuenta el orden de lanzamiento,

- ¿cuántos resultados distintos se pueden obtener?
- ¿en cuántos resultados distintos aparece el 1 dos veces, el 2 tres veces, el 3 cuatro veces, el 4 cinco veces, el 5 seis veces y el 6 siete veces?

Solución:

- 6^{27}
- $\frac{27!}{2!3!4!5!6!7!}$.

Ejercicio 2 (15 puntos)

Una caja con 20 bolas contiene 5 bolas de cada uno de los colores rojo, azul, verde y amarillo. Se extraen bolas de la caja sin reemplazamiento.

- ¿Cuántas extracciones son necesarias para asegurar al menos tres bolas del mismo color?
- ¿Cuántas extracciones son necesarias para asegurar al menos una bola de cada color?

Solución:

- $9=2*4+1$
- $16=3*5+1$

Ejercicio 3 (20 puntos)

Luís quiere celebrar su aprobado en Matemática Discreta, y como su apartamento es muy pequeño, tiene que elegir 9 de entre sus 22 amigos.

- ¿De cuántas formas distintas puede hacer la elección?
- Se acuerda que Aitana y Jaime no pueden estar juntos. Si no quiere elegir a la vez a los dos, ¿de cuántas formas distintas puede hacer la elección?
- Como María y Juan son novios, o invita a los dos, o no invita a ninguno. ¿De cuántas formas distintas puede hacer la elección?

Solución:

- $C_{22,9}$
- $C_{22,9} - C_{20,7} = C_{20,9} + 2 C_{20,8}$

Observaciones:

- TIEMPO: 2 horas
- Justificar todas las respuestas.
- Sólo se valorarán aquellas respuestas que utilicen los métodos desarrollados en esta asignatura.
- No está permitido el uso de calculadoras, ordenadores personales, ni teléfonos móviles.

c) $C_{20,7} + C_{20,9}$

Ejercicio 4 (20 puntos)

- a) Determina el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 19$$

- b) Determina el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 19 \\ 2 \leq x_1 \leq 5, 0 \leq x_2, 3 \leq x_3 \leq 6, 0 \leq x_4 \end{cases}$$

Solución:

a) $\binom{3+19}{3}$

b) $\binom{3+14}{3} - \left[2 \binom{3+10}{3} - \binom{3+6}{3} \right]$

Ejercicio 5 (15 puntos)

Sean n rectas trazadas en el plano de forma que cada recta corte a las restantes, pero que no haya tres coincidentes. Sea b_n el número de regiones acotadas en que las n rectas dividen al plano. Encuentra una relación de recurrencia para calcular b_n y resuélvela.

Solución:

Relación de recurrencia: $\begin{cases} b_n = b_{n-1} + n - 2 \\ b_1 = 0 \end{cases}$

Fórmula explícita: $b_n = 1 - \frac{3}{2}n + \frac{1}{2}n^2$

Ejercicio 6 (15 puntos)

- a) Resuelve la siguiente relación de recurrencia, con sus condiciones iniciales:

$$\begin{cases} a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 2 \cdot 3^n \\ a_0 = 0, a_1 = 6 \end{cases}$$

- b) Obtén la solución general de la siguiente relación de recurrencia lineal homogénea:

$$a_n = -6a_{n-1} - 12a_{n-2} - 8a_{n-3}$$

Solución:

a) $a_n = (n + n^2)3^n$

b) Ecuación característica: $x^3 = -6x^2 - 12x - 8$

Raíces: -2 triple.

Solución general: $a_n = A(-2)^n + Bn(-2)^n + Cn^2(-2)^n$